**5. Шартты гетерогенділіктің авторегрессиялық моделі ARCH (p).**

Тағы бір айта кететініміз кезектілік дегеніміз кездейсоқтығының жалғыз көзі .

(12)

және

(13)

мұндағы - берілген бастапқы тұрақтылар.

Басқаша айтқанда, шартты дисперсиясы мәндердің функциясы болып табылады.

1982 жылы енгізілген бұл модель Энглем (R. F. Engle,) және ол ARCH(p) (AutoRegressive Conditional Heteroskedastic model-шартты гетерогенділіктің авторегрессиялық моделі), бірқатар тривиалды емес қасиеттерді түсіндіруде өте сәтті болды.

Сонымен,

, (14)

мұндағы - тәуелсіз қалыпты үлестірілген кездейсоқ шамалардың тізбегі, , ал (13) формуласы бойынша анықталады.

Егер (12) теңдіктің орнына бізде

(15)

ал (13) шартына бағынады, содан кейін (4) теңдеу мына форманы алады:

(16)

Бұл модельдер кейде AR(r)/ARCH(p) деп аталады.

() қойсақ

(17)

Содан кейін (13) формулаға байланысты бізде

(18)

Онда

) = )-= 0,

яғни, тізбегі мартингал айырмашылығын құрайды.

**6.** **Шартты гетерогенділіктің жалпыланған авторегрессиялық моделі GARCH(p, q).** ARCH (p) моделін қолданудың сәттілігі оның әртүрлі жалпылауының, нақтылауының, модификациясының және т. б. пайда болуына әкелді.

Берілген GARCH моделі(p,q) (Generalized ARCH - Шартты гетерогенділіктің жалпыланған авторегрессиялық моделі) Т. Боллерслев енгізген (T. Bollerslev) 1986 жылы, осындай сорттардың бірі.

= 0

теңдіктің орнына (13) формула бар деп болжаймыз.

)= (19)

және "бастапқы" шарттармен қарапайымдылық үшін оны тұрақты деп санауға болады.

GARCH (p, q) моделі – h= ( тізбегі,

= (20)

Біз белгілейміз :

(21)

мұндағы L-ығысу операторы және

. (22)

Осы белгілерде

Егер, жоғарыда айтылғандай, қойса, онда біз аламыз:

Басқаша айтқанда,

= + + -. (23)

Осылайша, GARCH(p, q)-модельді мартингал айырмасы болып табылатын "Шу" бар реттілігі үшін ARMA (max (p, q), q) сырғымалы орташа авторегрессия моделі ретінде қарастыруға болады.

Атап айтқанда, ARCH(1) моделі үшін

= ,

Біз деп санаймыз, онда

Мұндағы " Шу " мартингал айырмасын құрайды.

ARCH және GARCH модельдерінің әртүрлі жалпылауы (мысалы, EGARCH,

AGARCH, STARCH, NARCH, MARCH, HARCH,...) байланысты, сайып келгенде,

)шамаларының бір немесе басқа сипаттамасымен алгебраларына қатысты өлшенетін функциялар ретінде.

**7. Стохастикалық құбылмалылық моделі.**

Барлық алдыңғы модельдерде кездейсоқтықтың көзі біреу болды. Ол тәуелсіз шамалардың Гаусс тізбегі арқылы анықталды. Стохастикалық құбылмалылық модельдері

кездейсоқтықтың екі көзін қамтиды: және , олар қарапайым жағдайда олар тәуелсіз және стандартты Гаусс тізбегі деп саналады, яғни тәуелсіз N(0, 1)-бөлінген кездейсоқ шамалардан тұрады.

болсын. Қойыңыз

= (24)

Сонда бұл анық

Law() = N(0, ) (25)

яғни шартты таралуы, параметрлері 0 және болатын гауссиан

Қойсақ:

(26)

Табиғи жалпылау (24) - бұл схема

= (27)

мұндағы -өлшенетін болып табылады.

Формула бойынша (27) кезектілігі қалыпты бөлінген стационарлық тізбекті құрайтын жағдайда, E E тәуелді емес , сәйкес модель Тейлор моделінің атауы.